

# MODELISATION DE LA PERTE DE CHARGE D'UN MEDIA FIBREUX EN REGIME D'ECOULEMENT DE TRANSITION – APPROCHE NUMERIQUE

D. Thomas\*, A. Charvet, N. Bardin-Monnier et E. Cabaset

Université de Lorraine, CNRS, LRGP, F-54000 Nancy, France

\*Courriel de l'orateur : dominique.thomas@univ-lorraine.fr

## TITLE

**Modeling the pressure drop across fibrous media under transitional flow conditions - Numerical approach**

## RESUME

L'objectif de cette étude est la détermination d'un modèle de perte de charge tenant compte des effets de glissement afin d'alimenter *in fine* un code de calcul dédié à l'optimisation de la structure d'un filtre à fibres. L'étude numérique de l'écoulement au travers de structures fibreuses a permis de développer un modèle présentant une bonne adéquation avec les valeurs simulées (écart inférieur à 10%) en régime d'écoulement de transition. La génération d'environ trois cents structures fibreuses aux propriétés diversifiées (compacités s'étalant de 3 à 50% et diamètres de fibres compris entre 0,2 et 8 µm) permet un large domaine d'applicabilité de ce modèle.

## ABSTRACT

The aim of this study is to determine a pressure drop model taking into account the slip effect, in order to ultimately feed a calculation code dedicated to the structure optimization of a fibrous filter. The numerical study of flow through various fibrous structures enabled us to develop a model in good agreement with the simulated values (deviation less than 10%) in the transition flow regime. Around three hundred fibrous structures were generated, with packing density ranging from 3 to 50% and fiber diameters from 0.2 to 8 µm.

**MOTS-CLÉS** : Perte de charge, milieu fibreux, effet de glissement / **KEYWORDS**: Pressure drop , fibrous media, slip effect

## 1. INTRODUCTION

Les médias non-tissés sont reconnus comme la solution la plus rentable pour la filtration à haute efficacité des particules submicroniques, en raison de leurs structures fibreuses qui piègent les aérosols tout en maintenant une perméabilité à l'air élevée. Ils sont présents dans tous les domaines exigeant une épuration particulière de l'air, des dépoussiéreurs industriels à la protection individuelle (FFPx) ou collective en passant par l'échantillonnage. Un compromis est à trouver entre une efficacité élevée et une perte de charge faible mais bien souvent l'accroissement de l'efficacité entraîne une plus grande perte de charge. Afin de limiter l'augmentation de la perte de charge, il est possible de jouer sur les conditions opératoires en travaillant sous faible pression ou en modifiant la structure fibreuse par l'utilisation de fibres nanométriques. En effet lorsque le libre parcours moyen du gaz se rapproche de la taille des fibres, la force de traînée qui s'exerce sur ces dernières est réduite. Cela revient à considérer une vitesse du fluide à la surface des fibres non nulle. L'effet de glissement commence à intervenir à partir d'un nombre de Knudsen de fibre ( $Kn_f = 2\lambda/df$ ) supérieur à  $10^{-3}$  mais ne prend véritablement de l'importance qu'au-delà de 0,1.

En l'absence de glissement et en régime d'écoulement laminaire, la perte de charge d'un milieu poreux obéit à la relation de Darcy :

$$\Delta P = \frac{Z}{\kappa} \mu U_f \quad (\text{Eq. 1})$$

La perméabilité ( $\kappa$ ) peut être exprimée en fonction du facteur hydrodynamique (H), du diamètre des fibres (df) et de la compacité ( $\alpha$ ) :

$$\kappa = \frac{H df^2}{16 \alpha} \quad (\text{Eq. 2})$$

Soit

$$\Delta P = 16 \alpha \frac{Z}{H df^2} \mu U_f \quad (\text{Eq. 3})$$

Diverses expressions plus ou moins empiriques du facteur hydrodynamique (H) en fonction du nombre de Knudsen peuvent être relevées dans la littérature (voir Tableau 1). La plupart des expressions recensées font intervenir le facteur hydrodynamique de Kuwabara ( $H_{Ku}$ ) :

$$H_{Ku} = \alpha - \frac{1}{2} \ln(\alpha) - \frac{1}{4} \alpha^2 - \frac{3}{4} \quad (\text{Eq. 4})$$

Tableau 1. Différentes expressions du facteur hydrodynamique en régime d'écoulement de transition

Auteurs	Expression de H	Domaine d'étude
Pich (1966)	$\frac{H_{Ku} + 0,998 Kn_f \left( -\frac{1}{2} - \ln(\alpha) + \frac{1}{2} \alpha^2 \right)}{1 + 1,996 Kn_f}$	
Kirsch <i>et al.</i> (1973)	$-0,5 Kn(\alpha) - 0,52 + 0,64 \alpha + 1,43 (1 - \alpha) Kn_f$	
Yeh (1974)	$\frac{\alpha}{1 + Kn_f} - \frac{\ln(\alpha)}{2} - \frac{\alpha^2}{4} - \frac{3}{4(1 + Kn_f)} + \frac{Kn_f(2\alpha - 1)^2}{4(1 + Kn_f)}$	
Bian <i>et al.</i> (2018)	$\frac{16 \pi \alpha (1 - \alpha) Kn_f^{0,556}}{1,364 \alpha^{0,158}}$	? < $\alpha$ < ? 61 ≤ df ≤ 260 nm 0,5 ≤ Kn <sub>f</sub> ≤ 2,1
Kwak <i>et al.</i> (2023)	$\frac{H_{Ku} + 0,149 Kn_f [H_{Ku} + 18,35 (1 - \alpha)^2 - 3,79(1 - \alpha)]}{1 + 0,149 Kn_f}$	5 10 <sup>-3</sup> < $\alpha$ < 0,1 30 ≤ df ≤ 300 nm 0,42 ≤ Kn <sub>f</sub> ≤ 4,2

L'optimisation d'un filtre nécessite le développement d'un outil numérique intégrant les paramètres de la structure des média fibreux et de modèles prédictifs de perte de charge et d'efficacité. Un modèle de perte de charge intégrant la distribution granulométrique des fibres a été validé en régime d'écoulement continu (Thomas *et al.* (2023), Cabaset *et al.* (2025)). Afin d'étendre cet outil aux fibres submicroniques voire nanométriques, il est nécessaire de prendre en compte l'effet de glissement et par conséquent de valider un modèle de perte de charge en régime d'écoulement de transition.

## 2. SIMULATION NUMERIQUE

La validation d'un modèle de perte de charge nécessite un grand nombre de structures fibreuses parfaitement caractérisées en termes de distribution granulométrique de fibres, de compacité et d'épaisseur. Expérimentalement, réunir un tel nombre de médias différents et les caractériser parfaitement serait très consommateur de temps avec un résultat incertain. Le développement d'outils numériques comme GeoDict permet de construire des structures 3D très variées et parfaitement caractérisées. Nous avons donc opté pour cette solution afin d'établir un modèle de perte de charge qui sera validé sur des médias réels dans un second temps. En faisant varier le diamètre des fibres des structures numériques ou/et en modifiant le libre parcours moyen du gaz (*i.e.* en modifiant la pression de filtration), il est possible de balayer une large gamme du nombre de Knudsen de fibre, paramètre clé dans la prise en compte du phénomène de glissement. En conséquence, environ 300 structures ont été construites avec des compacités s'étalant de 3 à 50% et des diamètres de fibres compris entre 0,2 et 8  $\mu\text{m}$  ( $10^{-3} \leq Kn_f \leq 3$ ). L'écoulement à travers ces structures a ensuite été simulé à une vitesse à 5 cm/s.

## 3. RESULTATS

### 3.1. Comparaison avec les modèles de la littérature

La figure 1 présente l'évolution du rapport de la perte de charge sans glissement ( $Kn_f=0$ ) sur celle avec glissement pour une structure fibreuse de compacité 10% et de diamètre de fibres variable ( $0,2 \leq df \leq 8 \mu\text{m}$ ). Le rapport des pertes de charge semble commencer à devenir significatif à partir d'un nombre de Knudsen de fibre supérieur à 0,1. Par ailleurs, la comparaison des valeurs simulées avec les modèles

de la littérature (récapitulés dans le Tableau 1) montre une grande disparité. Ainsi, le modèle le plus récent, développé par Kwak (2023), s'écarte assez rapidement des points simulés. Le modèle de Pich (1966) diverge au-delà d'un nombre de Knudsen supérieur à 0,15 comme le modèle de Yeh (1974). Seul le modèle de Kirsch (1973) présente une évolution similaire aux valeurs simulées tout en les surestimant.

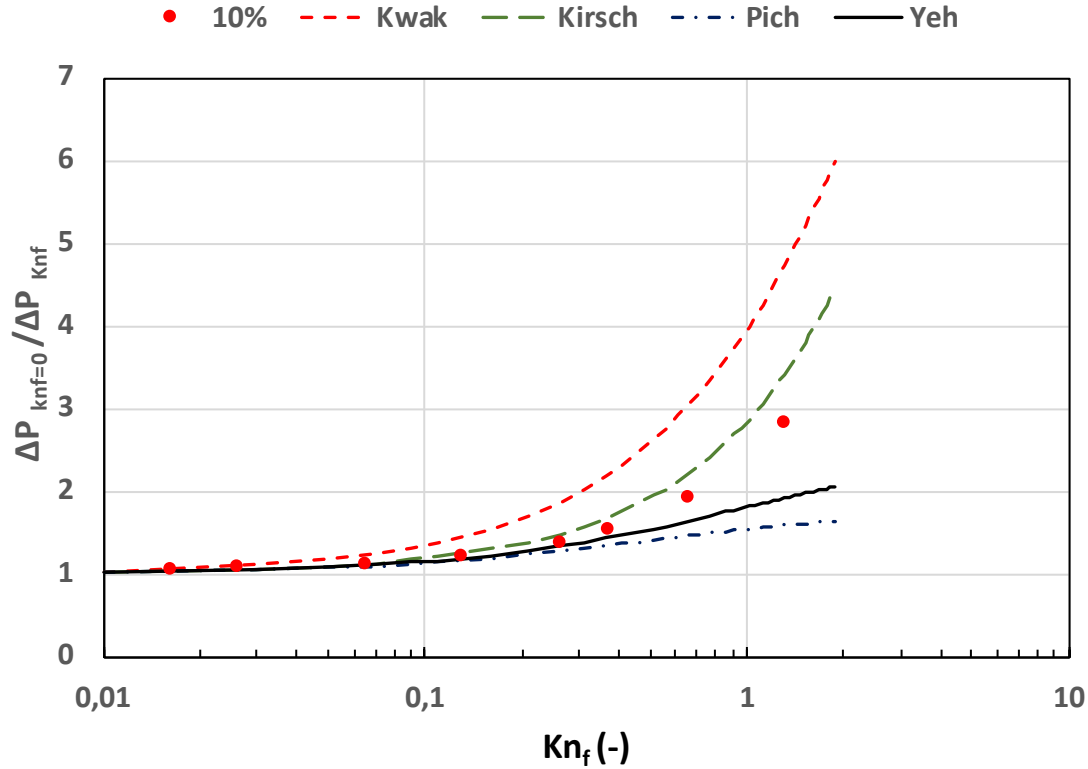


Figure 1. Évolution du rapport de la perte de charge sans et avec glissement en fonction du nombre de Knudsen pour des structures fibreuses de compacité égale à 10% et de diamètre de fibres variable

### 3.2. Nouveau modèle

Sur la base de l'approche de Kirsch (1973), nous supposons que le facteur hydrodynamique peut s'écrire sous la forme :

$$\frac{\Delta P_{Kn_f=0}}{\Delta P_{Kn_f}} = \frac{\kappa_{Kn_f}}{\kappa_{Kn_f=0}} = \frac{H_{Kn_f}}{H_{Kn_f=0}} = 1 + \frac{C(1-\alpha)^n Kn_f}{H_{Kn_f=0}} \quad (\text{Eq. 5})$$

Avec  $H$  et  $H_{Kn_f=0}$  les facteurs hydrodynamiques avec et sans effet de glissement ;  $C$  et  $n$  des constantes.  $H_{Kn_f=0}$  peut être déterminé à partir du modèle de Happel modifié (Thomas *et al.* (2023), Cabaset *et al.* (2025)) :

$$H_{Kn_f=0} = 2,5^{1/4} \left( \frac{1}{2} \ln(\alpha) + \frac{1}{2} \frac{\alpha^2 - 1}{\alpha^2 + 1} \right) \quad (\text{Eq. 6})$$

La figure 2 montre l'évolution du facteur hydrodynamique  $H_{Sim}$  obtenue à partir des valeurs de pertes de charge simulées divisée par  $H_{Kn_f=0}$  (Eq.6) en fonction de  $(1-\alpha)^n Kn_f / H_{Kn_f=0}$  avec  $n = 3/2$ . La relation (Eq.5) permet de regrouper l'ensemble des données, y compris celles de Kwak *et al.* (2023) si  $C = 1,33$ . L'écart entre les valeurs issues de la simulation et celles calculées reste inférieur à 10%.

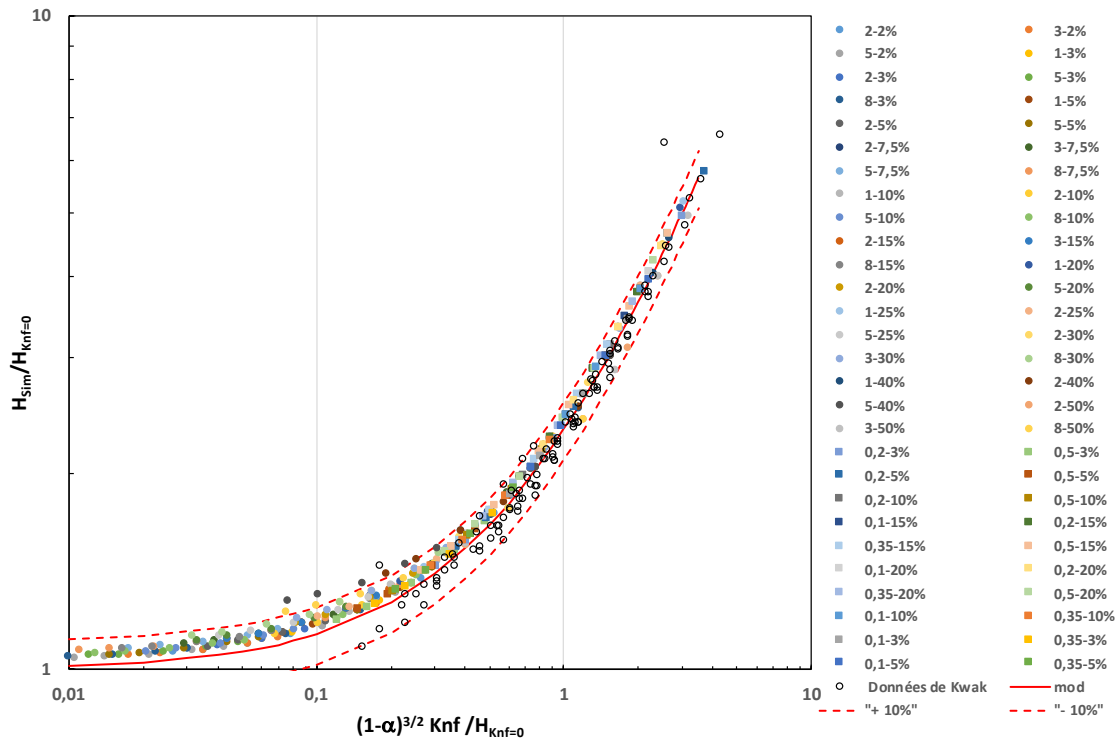


Figure 2. Évolution de  $(H_{sim}/H_{Knf=0})$  en fonction de  $(1-\alpha)^{3/2} Kn_f / H_{Knf=0}$

#### 4. CONCLUSION ET PERSPECTIVES

Un modèle de perte de charge lié à l'écoulement au travers d'un milieu fibreux en régime de transition ( $0,1 < Kn_f < 10$ ) a pu être déterminé à partir de l'approche de Kirsch (1973). Ce modèle présente une bonne adéquation avec les 300 valeurs obtenues par simulation ; l'écart entre les valeurs simulées et modélisées restant inférieur à 10%. Les prochaines étapes de cette étude viseront à prendre en compte la distribution granulométrique des fibres, puis à valider expérimentalement ce modèle.

#### REFERENCES

- Bian Y, Zhang L et Chen C. Experimental and modeling study of pressure drop across electrospun nanofiber air filters. *Building and Environment* 2018; 142:244-51
- Cabaset, E., Bardin-Monnier, N., Charvet, A., Thomas, D. Influence of multimodal fiber distribution on the permeability of fibrous media, *Chem Eng Sci.*302 (2025) 120855
- Kirsch A, Stechkina I et Fuchs N. Effect of gas slip on the pressure drop in fibrous filters. *Journal of Aerosol Science* 1973; 4:287-93
- Kwak DB, Lee S, Pan Z, Liang Y, Lee H et Pui DY. Semi-empirical equation for determining the pressure drop of nanofibers. *Separation and Purification Technology* 2023; 324 :124585
- Pich J. Pressure Drop of Fibrous Filters at Small Knudsen Numbers. *The Annals of Occupational Hygiene* 1966 Jan; 9:23-7.
- Thomas D, Bardin-Monnier N et Charvet A. Effect of the fibre diameter polydispersity on the permeability of nonwoven filter media. *The Canadian Journal of Chemical Engineering* 2023; 101:4138-50.
- Yeh HC et Liu B. Aerosol filtration by fibrous filters-I. theoretical. *Journal of Aerosol Science* 1974; 5:191-204