

UN MODÈLE LES POUR LE FLUIDE PORTEUR ADAPTÉ AU MODÈLE LAGRANGIEN STOCHASTIQUE

G. Peyrot^{*1,2}, M. Ferrand¹ et C. Henry²

¹CEREA, EDF R&D, ENPC, IP Paris, 78400 Chatou, FRANCE

²Université Côte d'Azur, Inria, CNRS, Calisto team, Sophia Antipolis, France

*Courriel de l'orateur : guirec.preyrot@edf.fr

TITLE

A LES model adapted to Lagrangian stochastic model

RESUME

Dans ces travaux, nous développons un nouveau modèle pour simuler la dynamique de particules proche de la paroi dans des écoulements turbulents. La méthode retenue est fondée sur une approche hybride couplant (1) une simulation des grandes échelles LES (en résolvant une équation de transport sur les moments et en modélisant les petites échelles de la turbulence) et (2) un suivi lagrangien stochastique des positions et vitesses de particules en suspension. Un tel modèle nécessite l'usage de schémas numériques stables et de modèles cohérents entre la phase fluide et la phase dispersée. Ces enjeux sont illustrés sur des cas pratiques (une turbulence homogène isotrope et un canal plan).

ABSTRACT

In this work, we develop a new model to simulate the dynamics of particles near walls in turbulent flows. The retained method is based on a hybrid approach combining: (1) large-eddy simulations (LES), which solve a transport equation on moments and model small-scale turbulence, and (2) a stochastic Lagrangian tracking of the positions & velocities of suspended particles. Such a model requires the use of stable numerical schemes as well as consistent models between the fluid and the dispersed phase. This is illustrated in practical cases (homogeneous isotropic turbulence and channel flow).

MOTS-CLÉS : Simulation aux grandes échelles, Modèle lagrangien stochastique, méthode de densité filtrée /

KEYWORDS: Large Eddy Simulation, Lagrangian stochastic model, FDF method

1. CONTEXTE ET OBJECTIFS

Pour assurer la santé des ouvriers pouvant être exposés à des particules nocives (e.g. poussières contaminées déposées sur des surfaces), il est important de pouvoir prédire avec précision le taux de resuspension de ces particules déposées. Pour répondre à ces enjeux, nous développons un modèle pour simuler un fluide turbulent couplé à un modèle pour le transport, le dépôt et la resuspension de particules. L'objectif de ces travaux est de développer un modèle hybride entre une approche par champ pour le fluide porteur et une approche trajectorielle pour le suivi de chacun des objets formant la phase dispersée. Les enjeux sont multiples : (a) le modèle du champ porteur doit assurer une bonne modélisation de la turbulence proche de la paroi, (b) tout en étant consistant avec le modèle de transport des particules.

2. MODÈLE HYBRIDE LES / LAGRANGIEN STOCHASTIQUE

2.1. Filtrage LES des équations de Navier-Stokes

Ces travaux s'inscrivent dans un cadre de modélisation hybride de transport/dispersion de particules via une approche lagrangienne stochastique couplée à un calcul du champ porteur. Ce dernier est résolu via une approche de simulation des grandes échelles (*Large Eddy Simulation, LES*), qui consiste à ne résoudre que les grandes échelles turbulentes, en modélisant les plus petites échelles qui sont responsables de la majeure partie de dissipation de la turbulence. Cette approche repose sur la théorie de Kolmogorov selon laquelle l'énergie se transmet des grandes structures tourbillonnaires aux plus petites (Pope, 2000).

On définit un filtre spatial, tel que $\mathbf{u} = \bar{\mathbf{u}} + \mathbf{u}'$, où $\bar{\mathbf{u}}$ est la vitesse filtrée et \mathbf{u}' la fluctuation de la vitesse aux échelles plus petites que la taille de ce filtre. En appliquant ce filtre aux équations de Navier-Stokes, nous obtenons les équations de Navier-Stokes filtrées suivantes :

$$\frac{\partial \rho \bar{\mathbf{u}}}{\partial t} + \mathbf{div}(\rho \bar{\mathbf{u}} \otimes \bar{\mathbf{u}}) = -\nabla \bar{p} + \mathbf{div}(\boldsymbol{\tau}_v - \overline{\rho \mathbf{u}' \otimes \mathbf{u}'})$$
$$\mathbf{div}(\rho \bar{\mathbf{u}}) = 0$$

où $\tau_v = -\rho\nu(\nabla\bar{\mathbf{u}} + \nabla\bar{\mathbf{u}}^T)$ est la contrainte visqueuse, ν la viscosité cinématique du fluide.

$\tau_{sgs} = -\rho\mathbf{u}' \otimes \mathbf{u}'$ est la contrainte de sous-maille. Ce terme nécessite une fermeture. On peut établir de façon formelle son équation de transport, non fermée, en définissant le tenseur de Reynolds de sous maille $\mathbf{R} = \mathbf{u}' \otimes \mathbf{u}'$. On obtient alors l'équation suivante :

$$\frac{\partial \mathbf{R}}{\partial t} + (\bar{\mathbf{u}} \cdot \nabla) \mathbf{R} + (\nabla \bar{\mathbf{u}} \cdot \mathbf{R} + (\nabla \bar{\mathbf{u}})^T \cdot \mathbf{R}) = -\text{div}(\mathbf{u}' \otimes \mathbf{u}' \otimes \mathbf{u}') - (\mathbf{u}' \otimes \nabla \bar{p}' + \nabla \bar{p}' \otimes \mathbf{u}') - \mathbf{u}' \otimes \text{div}(\nu(\nabla \bar{\mathbf{u}} + \nabla \bar{\mathbf{u}}^T)) \quad (1)$$

Les termes du membre de droite requièrent des lois de fermeture (qui seront détaillés dans la section 2.3 sur la cohérence entre le modèle pour la phase fluide et le modèle pour la phase dispersée).

2.2. Modèle lagrangien stochastique de forme générale

Pour la modélisation du transport des particules, nous utilisons une approche lagrangienne stochastique de type *General Langevin Model* (GLM) sur la position de la particule \mathbf{x}_p , la vitesse de la particule \mathbf{u}_p et la vitesse du fluide vue par la particule \mathbf{u}_s (Minier et al, 2025).

$$\begin{aligned} d\mathbf{x}_p &= \mathbf{u}_p dt \\ d\mathbf{u}_p &= \frac{1}{\tau_p}(\mathbf{u}_s - \mathbf{u}_p) dt + \mathbf{g} dt \\ d\mathbf{u}_s &= -\frac{1}{\rho} \nabla \bar{p} dt - \mathbf{G}(\bar{\mathbf{u}} - \mathbf{u}_s) dt + \sqrt{C_0 \varepsilon_{sgs}} d\mathbf{W}_t \end{aligned}$$

Dans ces équations, la vitesse $\bar{\mathbf{u}}$ et la pression \bar{p} sont obtenues avec le calcul LES sur la phase fluide. Les effets de la turbulence à petite échelle (celle filtrée par la LES) sont modélisés par les termes stochastiques, ici sous forme d'un bruit blanc (où $d\mathbf{W}_t$ est l'incrément d'un processus de Wiener). \mathbf{G} est le tenseur de relaxation du modèle, C_0 est une constante et ε_{sgs} est la dissipation de sous-maille (les détails sur ce tenseur sont donnés dans la section 2.3 sur la cohérence entre la phase fluide et la phase dispersée).

2.3. Cohérence avec la fermeture du second ordre de la LES

En notant $\langle \cdot \rangle$ l'opérateur de moyenne statistique, on définit un tenseur de Reynolds au sens des moyennes statistiques $R_{ij} = \langle u_i' u_j' \rangle$. Nous pouvons obtenir, dans le passage à la limite des particules fluides, une nouvelle équation de transport sur ce R_{ij} (Pope, 1994 et Minier, 2025) :

$$\frac{\partial \mathbf{R}}{\partial t} + (\bar{\mathbf{u}} \cdot \nabla) \mathbf{R} + (\nabla \bar{\mathbf{u}} \cdot \mathbf{R} + (\nabla \bar{\mathbf{u}})^T \cdot \mathbf{R}) = -\text{div}(\mathbf{u}' \otimes \mathbf{u}' \otimes \mathbf{u}') + (\mathbf{G}\mathbf{R} + \mathbf{R}\mathbf{G}^T) + C_0 \varepsilon_{sgs} \mathbf{I}_3 \quad (2)$$

Afin d'assurer une cohérence de l'équation (2) avec l'équation de transport (1), comme présenté dans (Pope, 1994), un modèle de Langevin simple (SLM) correspond au modèle de Rotta (Rotta, 1951). Dans ce cas, le tenseur de relaxation du modèle SLM s'écrit :

$$\mathbf{G} = -\left(\frac{1}{2} + \frac{3}{4}C_0\right)\frac{\varepsilon_{sgs}}{k}\mathbf{I}_3 \quad (3)$$

À noter que les corrélations triples ne nécessitent pas de modélisation additionnelle ici, alors que le modèle de Shir (Shir, 1973) est retenu dans (1).

Ce modèle est intégré numériquement en utilisant un schéma de prédiction-correction décalé en temps de type Cranck-Nicholson tel que présenté dans (Amino, 2022). Pour l'intégration spatiale, nous nous appuyons sur le travaux de (Ferrand, 2023) en utilisant un schéma de type Rusanov qui utilise l'hyperbolicité du système d'équations pour résoudre des problèmes de Riemann aux interfaces.

3. APPLICATIONS

Les applications choisies ici illustrent l'importance d'avoir des approches cohérentes entre la simulation du champ fluide et le suivi des trajectoires des particules.

3.1. Turbulence isotrope décroissante (DIT)

Afin de valider notre approche, nous la testons d'abord sur un cas de turbulence homogène isotrope. Ce cas de validation met en avant la capacité du modèle à bien reproduire la cascade de turbulence des grandes échelles aux plus petites. Comme dans l'expérience de (Kang et al. 2006), nous imposons en $x = 0$ une turbulence liée à la présence d'une grille (ici une vitesse moyenne $U_0 = 12 \text{ m/s}$) et mesurons en aval la décroissance du niveau de turbulence à différentes distances x , exprimées en fonction de la taille de la grille $M = 0.152 \text{ m}$ (voir aussi la Figure 1). Ces simulations sont effectuées dans le référentiel du champ moyen sur un domaine tri-periodique cubique de 128 mailles par côté, en regardant à différents instants $t = x/U_0$.

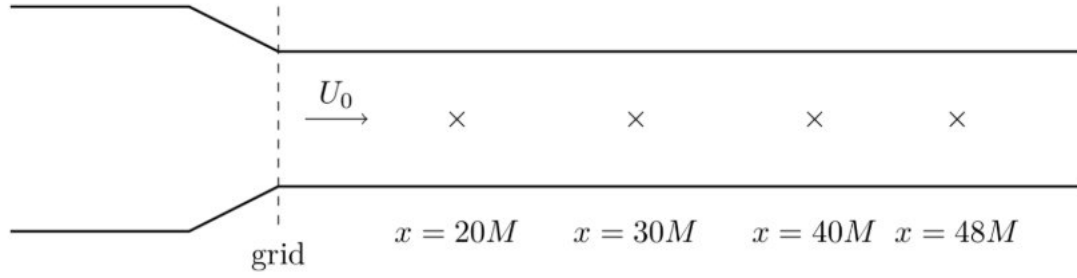


Figure 1 : Description du canal de turbulence homogène isotrope.

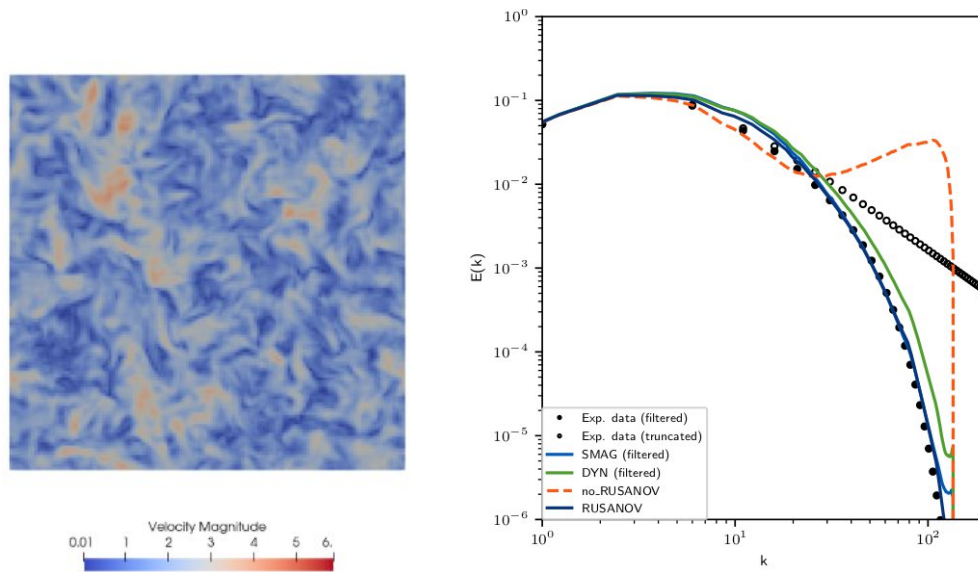


Figure 2 : Résultat de simulation du champ porteur avec la vitesse instantanée le long d'une coupe à $x = 48M$ (à gauche) et le spectre d'énergie à $x = 48M$ comparé à des mesures expérimentales et à d'autres modèles LES (à droite).

La Figure 2 (à gauche) donne un exemple de l'écoulement instantané selon une coupe verticale (ici à $x = 48M$), qui donne une idée des structures turbulentes présentes dans l'écoulement. L'analyse des spectres de répartition d'énergie en fonction des échelles (Figure 2 à droite) illustre plusieurs points : (a) l'importance d'avoir un schéma numérique stable (comparaison entre le schéma de type Rusanov, courbe bleue marine, et un schéma standard, courbe orange en pointillée) qui dissipe les petites échelles ; (b) le modèle donne des résultats comparables à ceux obtenus par filtrage des données expérimentales ou via des LES classiques (avec les modèles de Smagorinsky ou de Germano).

3.2. Écoulement dans un canal plan

Le second cas de validation est un écoulement turbulent dans un canal plan, dans lequel on initialise la turbulence à un niveau donné ($Re_\tau = \frac{Lu_\tau}{\nu} = 300$, avec L la demi hauteur du canal et u_τ la vitesse de frottement). L'intérêt de ce second cas test est que l'écoulement turbulent est fortement anisotrope (avec la présence de structures turbulentes en proche paroi). Afin d'obtenir de bons profils des moments d'ordre un et deux (profils de vitesse moyenne et du tenseur de Reynolds), le choix de la fermeture (algébrique) utilisée pour ε_{sgs} est prépondérant. Des calculs sont réalisés avec $\varepsilon_{sgs} = k^{3/2}/\Delta$, avec différentes propositions pour la taille Δ .

4. CONCLUSION ET PERSPECTIVES

Ces travaux discutent de l'importance de développer des modèles cohérents entre la phase fluide et la phase dispersée et d'avoir recours à des schémas numériques stables et dissipatifs pour la LES avec fermeture du second ordre. La prise en compte des termes visqueux dans l'approche Lagrangienne stochastique dans le cadre présenté dans cet article sera étudié prochainement.

Ce travail de thèse est réalisé dans le cadre d'une convention CIFRE financée par l'ANRT (n°2025/0228).

- Amino, H., et al. (2022). [International Journal for Numerical Methods in Fluids](#), 94(12), 1964-1995.
- Ferrand, M., et al. (2023). [Comptes Rendus. Mécanique](#), 351(G2), 337-353.
- Kang, H. S., Chester, S., & Meneveau, C. (2003). [Journal of Fluid Mechanics](#), 480, 129-160.
- Minier, J. P., Ferrand, M., & Henry, C. (2025). [Understanding Turbulent Systems: Progress in Particle Dynamics Modeling](#). Springer Nature.
- Pope, S. B. (1994). [Physics of Fluids](#), 6(2), 973-985.
- Pope, S. B. (2000). [Turbulent flows](#). Cambridge University Press.
- Rotta, J. C. (1951). [Zeitschrift für Physik](#), 129(6), 547-572.
- Shir, C. C. (1973). [Journal of Atmospheric Sciences](#), 30(7), 1327-1339.